Le regole degli Scacchi

rendono

DIVERTENTE

la Matematica

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

La Scacchiera

a) Numero delle Case

8x8 = 64 = 32 + 32

moltiplicazione - divisione

addizione - sottrazione

b) Direzioni

geometria del piano
(posizione dei pezzi)

colonne, traverse, diagonali

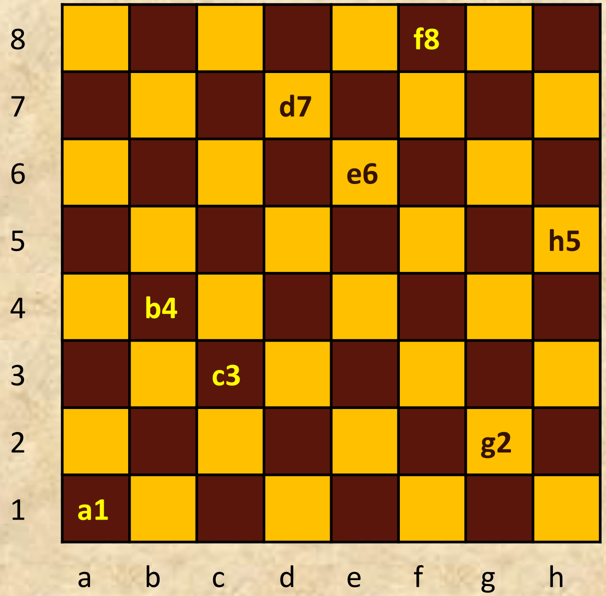
orientamento dinamico
(spostamento dei pezzi)

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Diagramma Cartesiano

Incrocio Colonne – Righe
(lettere) (numeri)

Asse delle <u>Ascisse</u> – Asse delle <u>Ordinate</u>



- **Regola dei Segni**

PARI-PARI DISPARI-DISPARI

CASE SCURE

PARI-DISPARI DISPARI-PARI

CASE CHIARE

P	8	DP					PP		
D	7					DD			
P	6			DP					
D	5								PD
P	4								
D	3				PD				
P	2		PP						
D	1							DD	
		a	b	c	d	e	f	g	h
		D	P	D	P	D	P	D	P

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

- **Ordini di grandezze**

LEGGENDA DI SISSA
sui chicchi di grano

Operazione Matematica

Raddoppio
(moltiplicazione x 2)

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

1) Elevamento a Potenza

2) Raddoppio dell’Ordine di grandezza

Progetto SAM
Scacchi e Apprendimento della Matematica
Torino 22 - 23 gennaio 2011

Traversa	Numero finale	Ordine di grandezza		
1^	128	Centinaia	10^2	100
2^	32.768	Decine di migliaia	10×10^3	10.000
3^	8.388.608	Milioni	10^6	1.000.000
4^	2.147.483.648	Miliardi	10^9	1.000.000.000
5^	549.755.813.888	Centinaia di Miliardi	$10^2 \times 10^9$	100.000.000.000
6^	140.737.488.355.328	Centinaia di Bilioni[1]	$10^2 \times 10^{12}$	100.000.000.000.000
7^	36.028.797.018.963.968	Decine di Biliardi[2]	10×10^{15}	10.000.000.000.000.000
8^	9.223.372.036.854.775.808	Trilioni[3]	10^{18}	1.000.000.000.000.000.000

1. Centinaia di Migliaia di Miliardi
2. Decine di Milioni di Miliardi
3. Miliardi di Miliardi

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Progetto SAM
Scacchi e Apprendimento della Matematica
Torino 22 - 23 gennaio 2011

Mille	**1.000**	10^{3}
Milione	**1.000 migliaia**	10^{6}
Miliardo	**1.000 milioni**	10^{9}
Bilione	**1.000 miliardi**	10^{12}
Biliardo	**1.000 bilioni**	10^{15}
Trilione	**1.000 biliardi**	10^{18}
Triliardo	**1.000 trilioni**	10^{21}
Quadrilione	**1.000 triliardi**	10^{24}
Quadriliardo	**1.000 quadrilioni**	10^{27}
- - - - - - - - - - -		
Decilione		10^{60}
- - - - - - - - - - -		
Centilione		10^{600}

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

18.446.744.073.709.551.615

18	**Trilioni**
446	**Biliardi**
744	**Bilioni**
73	**Miliardi**
709	**Milioni**
551	**Mila**
615	**Chicchi di grano**

- **Movimento dei pezzi**

Omnidirezionale

Unidirezionale

A salto di Cavallo

Linee parallele e incidenti

Angoli

Rettangoli

Quadrati

Poligoni, …

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Movimento di RE → Quadrato magico

Un **quadrato magico** di **modulo N** è un quadrato disposto a **scacchiera NxN** (N è il numero delle case del suo lato). In esso la somma dei numeri sulle traverse, sulle colonne, sulle diagonali è la **costante magica.**

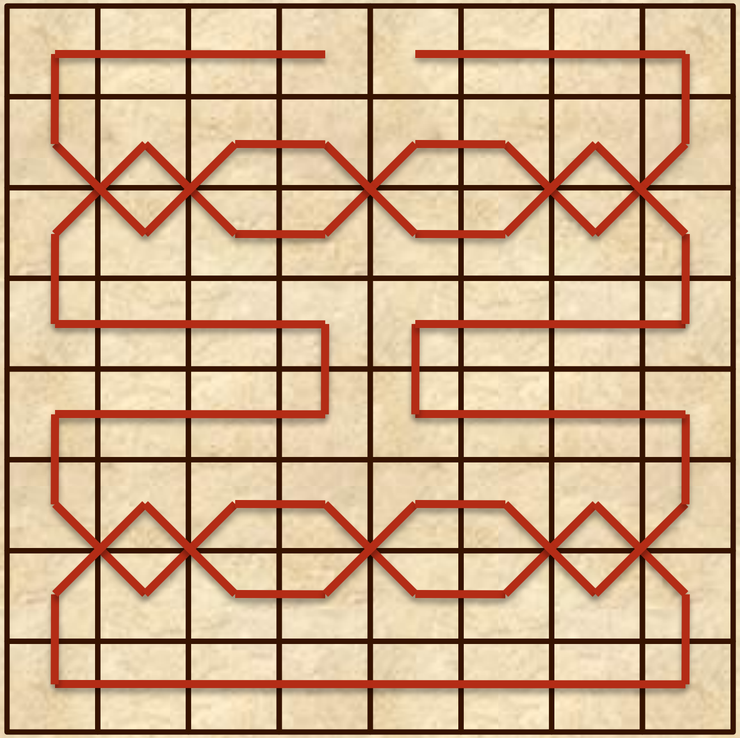
$$\text{Costante magica} = \frac{\text{Somma di tutti i numeri}}{\text{Modulo}}$$

Es: scacchiera 4x4 → 16*17/2=136 ; 136/4=34

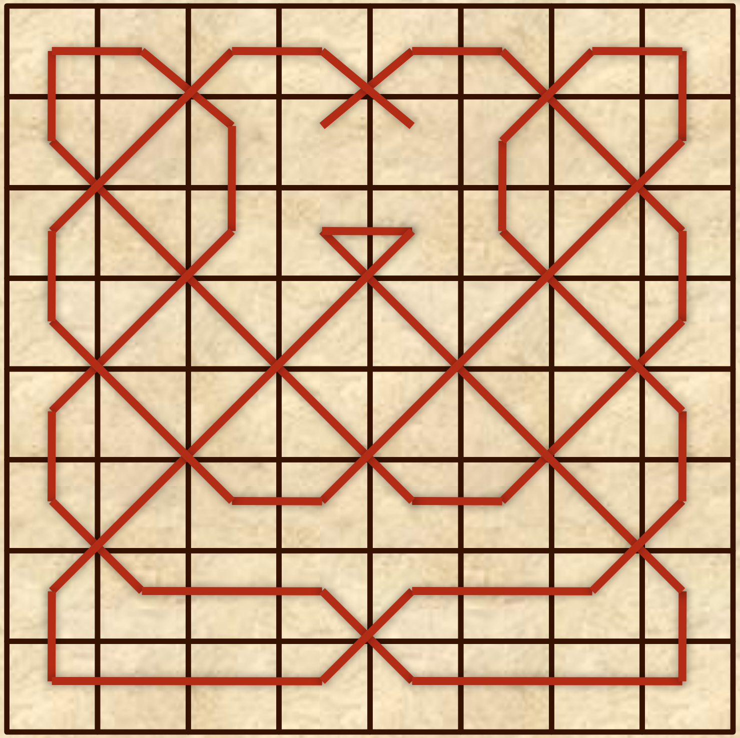
Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Un paio di esempi divertenti

1° esempio



2° esempio



Progetto SAM
Scacchi e Apprendimento della Matematica
Torino 22 - 23 gennaio 2011

61	62	63	64	1	2	3	4	260
60	11	58	57	8	7	54	5	260
12	59	10	9	56	55	6	53	260
13	14	15	16	49	50	51	52	260
20	19	18	17	48	47	46	45	260
21	38	23	24	41	42	27	44	260
37	22	39	40	25	26	43	28	260
36	35	34	33	32	31	30	29	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260

14	15	62	63	2	3	50	51	260
13	61	16	1	64	49	4	52	260
60	12	17	32	33	48	53	5	260
59	18	11	34	31	54	47	6	260
19	58	35	10	55	30	7	46	260
20	36	57	56	9	8	29	45	260
37	21	22	23	42	43	44	28	260
38	39	40	41	24	25	26	27	260
260	260	260	260	260	260	260	260	260

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Esempio di costruzione di un quadrato magico 4x4:
Si inseriscono i numeri da 1 a 16 e poi si invertono i numeri delle colonne

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

16	2	3	13	34
5	11	10	8	34
9	7	6	12	34
4	14	15	1	34
34	34	34	34	
				34

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

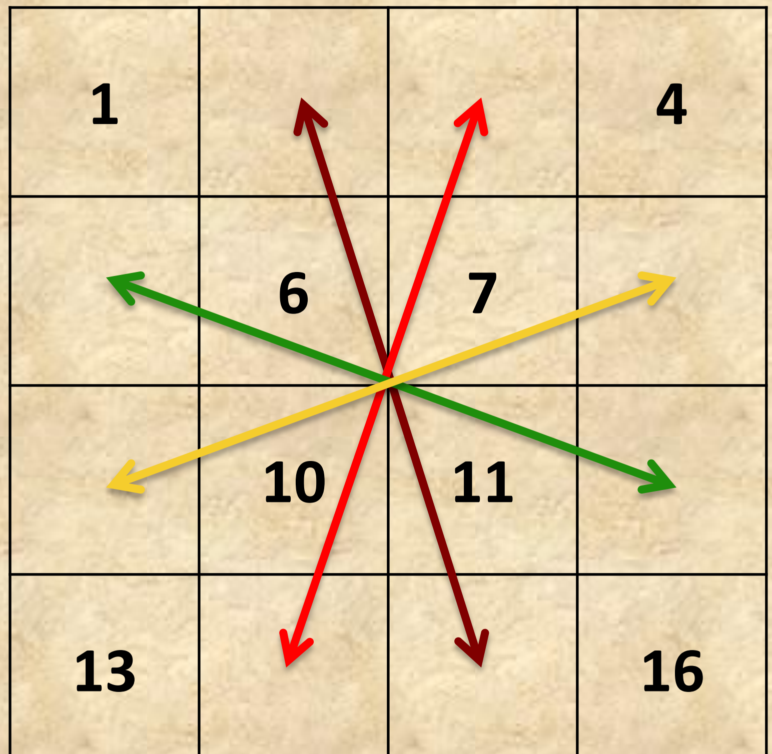
Permutando due colonne o due righe o entrambe, si ottiene ancora un quadrato magico (costante 34)

13	2	3	16	34
12	7	6	9	34
8	11	10	5	34
1	14	15	4	34
34	34	34	34	

34

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Se si lasciano inalterate le diagonali,
si ottiene ancora un quadrato magico, purché
le permutazioni tra gli altri numeri avvengano secondo le frecce indicate:



Movimento della Torre

Numeri triangolari

Numeri quadrati

Numeri di Fibonacci

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Si parte dal seguente problema:

Si vuole determinare il numero di percorsi che la Torre può realizzare da una casa d'angolo ad una qualsiasi casa della scacchiera, senza tornare indietro.

Si costruisce un triangolo di numeri
usando solo **l'operazione di somma**

Triangolo di Tartaglia
o
di Pascal

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Triangolo di Tartaglia (Pascal)

									1									
								1		1								
							1		2		1							
						1		3		3		1						
					1		4		6		4		1					
				1		5		10		10		5		1				
			1		6		15		20		15		6		1			
		1		7		21		35		35		21		7		1		
	1		8		28		56		70		56		28		8		1	
1		9		36		84		126		126		84		36		9		1

-- -

- -

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Poi lo si dispone secondo Fermat:

8	1	1	1	1	1	1	1	1
7	1	2	3	4	5	6	7	8
6	1	3	6	10	15	21	28	36
5	1	4	10	20	35	56	84	120
4	1	5	15	35	70	126	210	330
3	1	6	21	56	126	252	462	792
2	1	7	28	84	210	462	924	
1	1	8	36	120	330	792		
	a	b	c	d	e	f	g	h

Risposta: I possibili percorsi della Torre da a8 a d1 sono 120

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Inoltre, disponendo il triangolo nel modo seguente:

1							
1	1						
1	2	1					
1	3	3	1				
1	4	6	4	1			
1	5	10	10	5	1		
1	6	15	20	15	6	1	
1	7	21	35	35	21	7	1
1	8	28	56	70	56	28	8

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Si possono dedurre due importanti sequenze di numeri

I numeri Triangolari (3^ colonna in rosso)

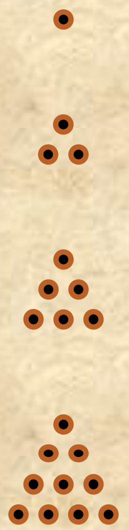
1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, ...

La sequenza di Fibonacci (la somma dei numeri sulle bisettrici)

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

I numeri triangolari

1	**1**	
2	**3**	= 2+1
3	**6**	= 3+2+1
4	**10**	= 4+3+2+1
5	**15**	= 5+4+3+2+1
6	**21**	= 6+5+4+3+2+1
7	**28**	= 7+6+5+4+3+2+1
8	**36**	= 8+7+6+5+4+3+2+1
9	**45**	= 9+8+7+6+5+4+3+2+1



1

3

6

10

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Una proprietà dei triangolari:

Sommandoli a due a due si ottengono i **numeri quadrati**

$0 + 1 = \mathbf{1}$	$\mathbf{1}$
$1 + 3 = \mathbf{4}$	$\mathbf{2^2}$
$3 + 6 = \mathbf{9}$	$\mathbf{3^2}$
$6 + 10 = \mathbf{16}$	$\mathbf{4^2}$
$10 + 15 = \mathbf{25}$	$\mathbf{5^2}$
$15 + 21 = \mathbf{36}$	$\mathbf{6^2}$
$21 + 28 = \mathbf{49}$	$\mathbf{7^2}$
$28 + 36 = \mathbf{64}$	$\mathbf{8^2}$

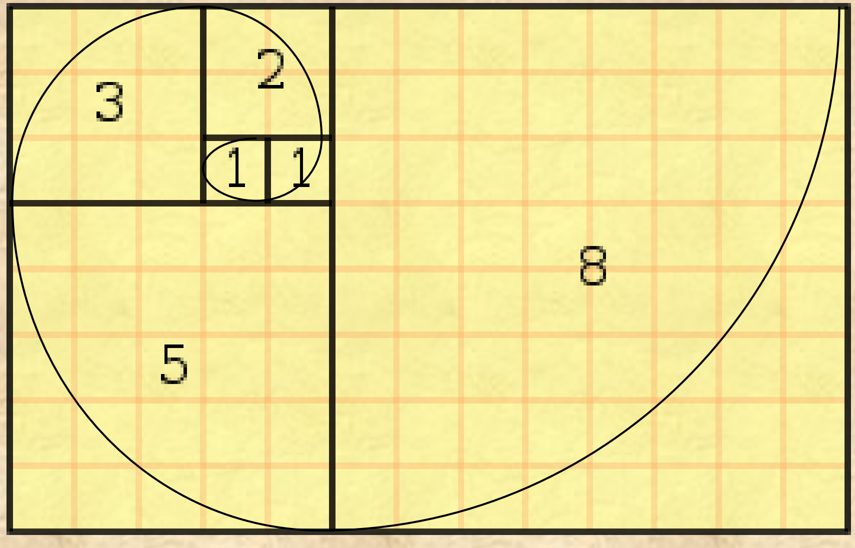
- -

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

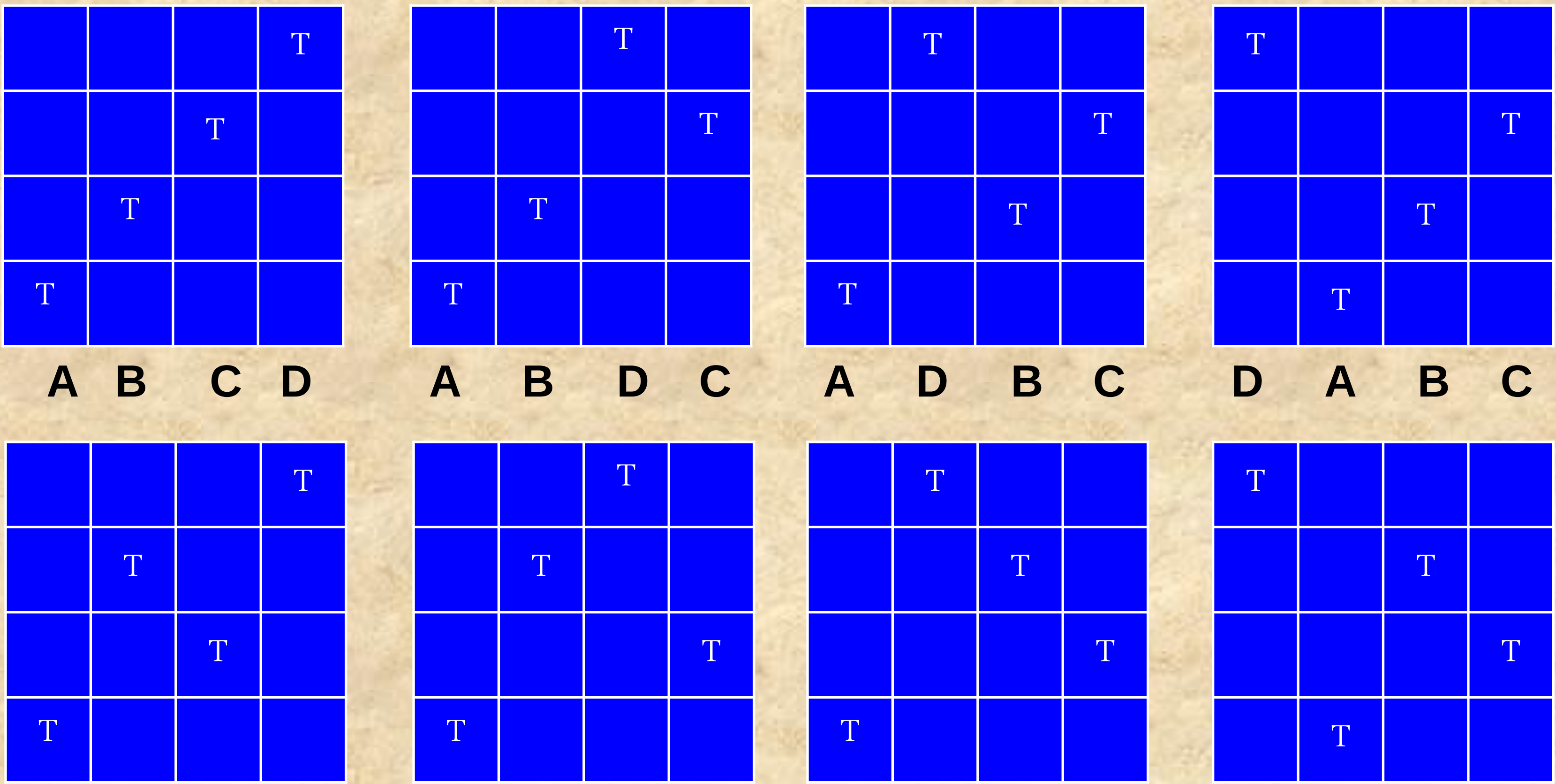
Dalla sequenza di Fibonacci
(in cui ogni numero è la somma dei due precedenti)
si costruiscono i rettangoli di Fibonacci

Spirale di Fibonacci

approssimazione



Movimento di Torre → **Permutazioni**

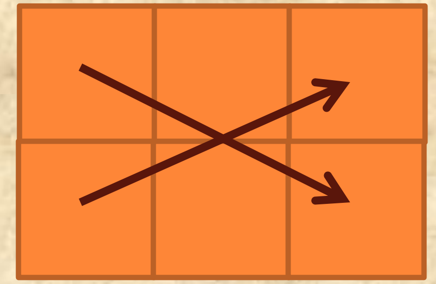


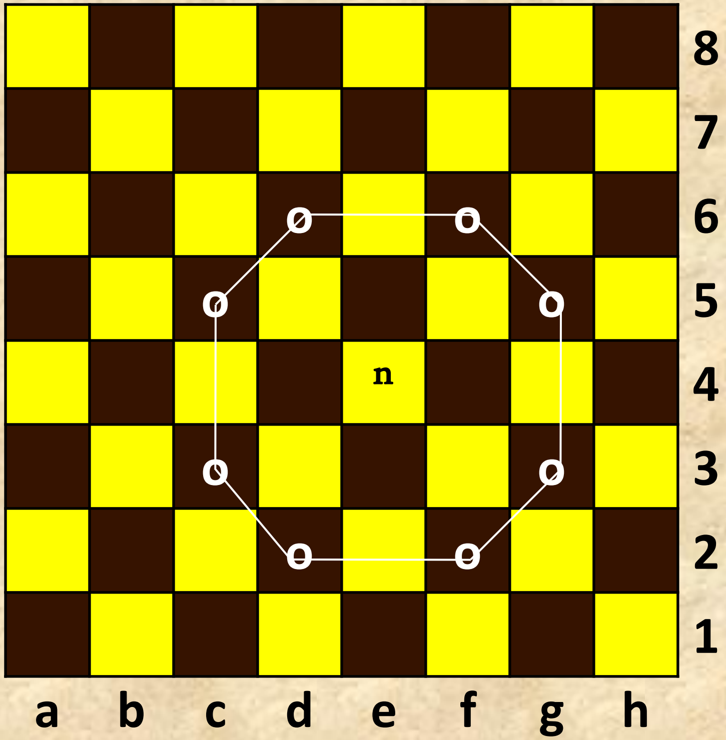
Procedendo per le altre combinazioni si ottengono tutte le permutazoni.
Sono in totale 1x2x3x4 = 24 = 4!
Per una scacchiera 8x8, si hanno 40.320 permutazioni

Marcello Perrone Consigliere FSI
347.3546779 permarcello@interfree.it

Movimento del Cavallo

E' un salto in un rettangolo 2x3, da un vertice a quello opposto





Ottagono
o
Cerchio

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Circolarità del Cavallo

Il cavallo passa in ogni casa della scacchiera una sola volta

Problema matematico
Teoria dei grafi

Molte soluzioni
Si calcola oltre 122.802.512

Percorsi <u>aperti</u>

Percorsi <u>chiusi</u>

<u>Quadrato magico</u>

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Metodo dei 4 colori A-B-C-D e Simmetrie

Simmetria verticale primi due colori A-B, B-A

Simmetria verticale altri due colori C-D, D-C

A		B		A		B	
B		A		B		A	
	A		B		A		B
	B		A		B		A
A		B		A		B	
B		A		B		A	
	A		B		A		B
	B		A		B		A

	C		D		C		D
	D		C		D		C
C		D		C		D	
D		C		D		C	
	C		D		C		D
	D		C		D		C
C		D		C		D	
D		C		D		C	

Scacchiera con le 4 lettere

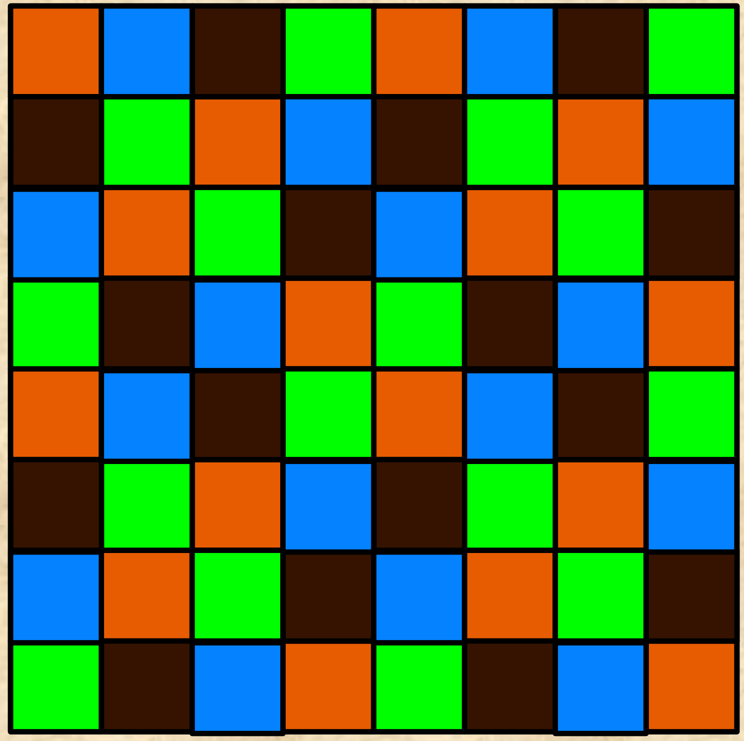
A	C	B	D	A	C	B	D
B	D	A	C	B	D	A	C
C	A	D	B	C	A	D	B
D	B	C	A	D	B	C	A
A	C	B	D	A	C	B	D
B	D	A	C	B	D	A	C
C	A	D	B	C	A	D	B
D	B	C	A	D	B	C	A

Stessa sequenza
di combinazioni
per ogni quadrante

Unendo con un tratto
le case dello stesso colore
si ottengono 4 poligonali chiuse
a due a due simmetriche
su cui può transitare il Cavallo
passando una sola volta
per ogni casa

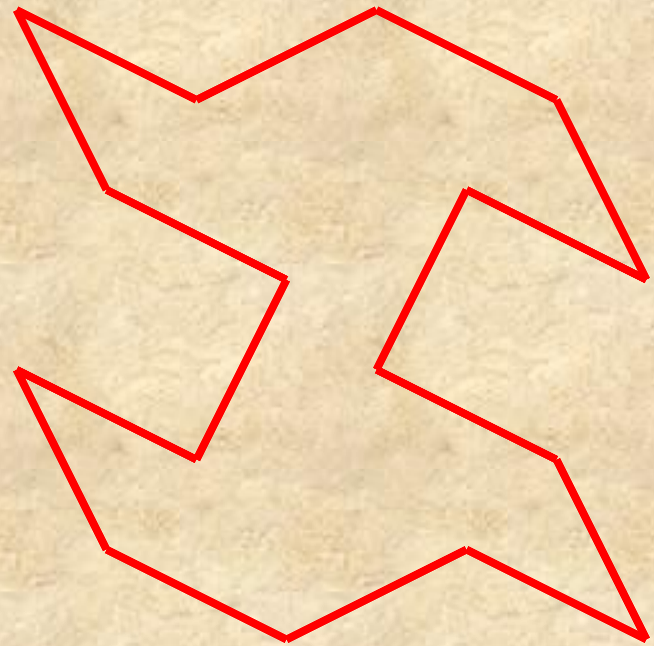
Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

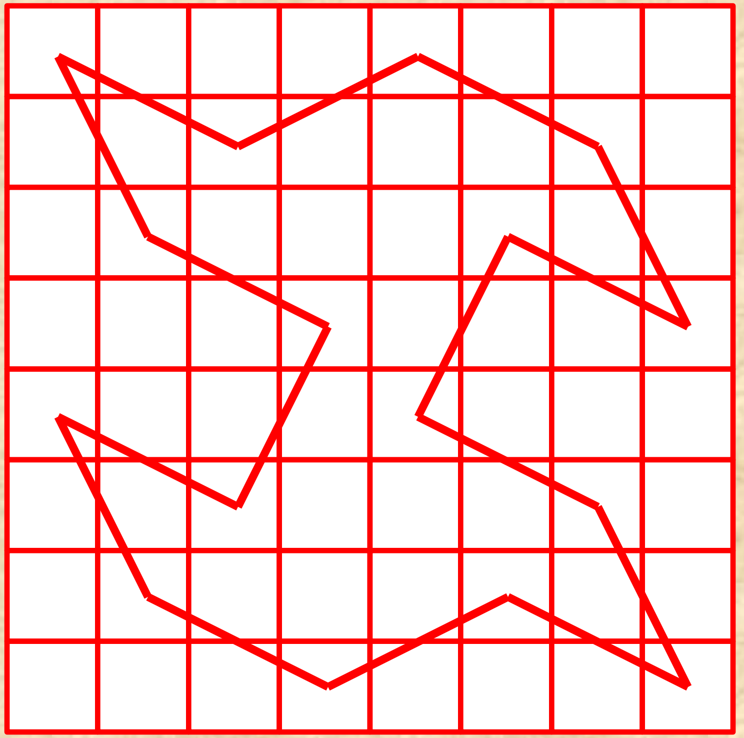
Colori al posto delle lettere



Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

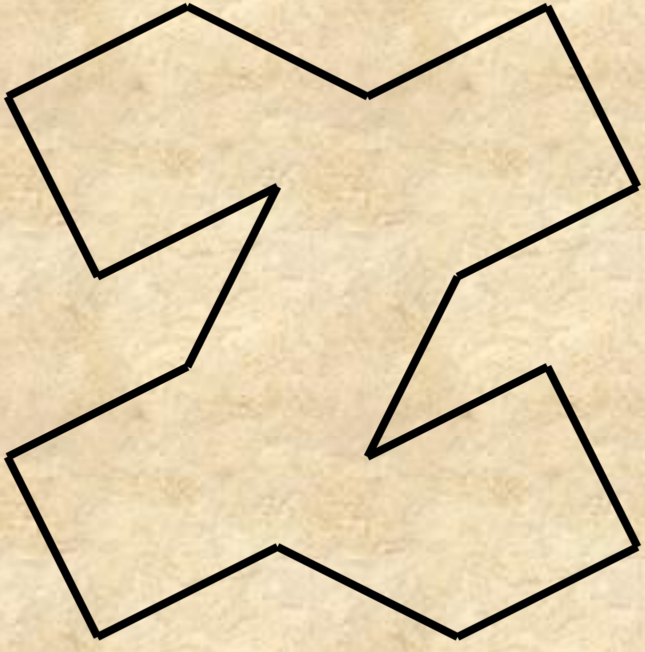
Percorso 1 (A)

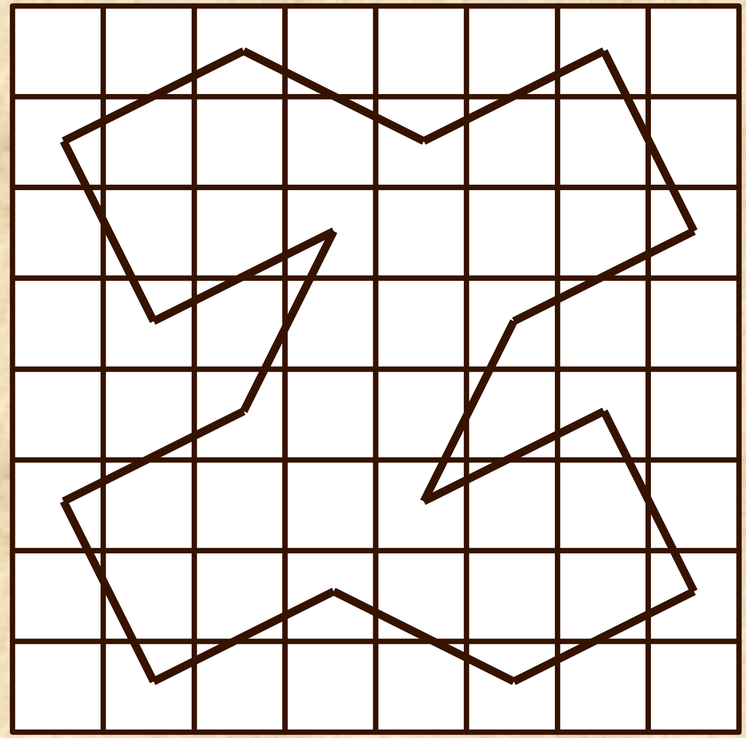




Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

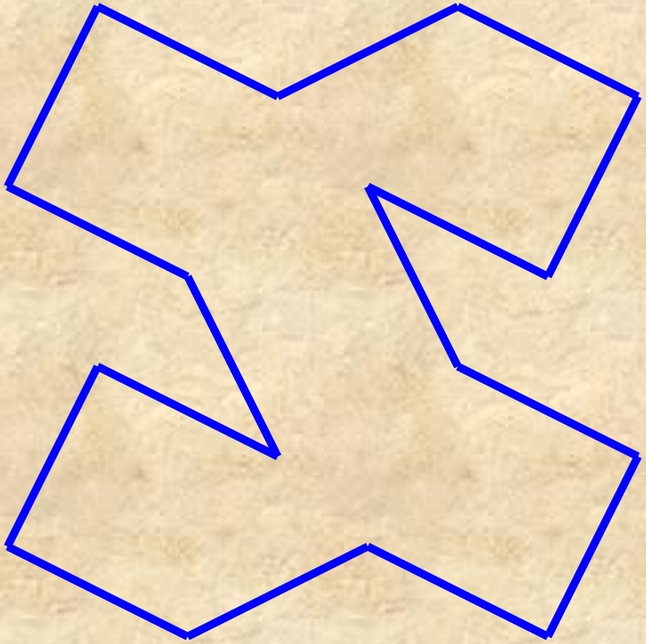
Percorso 2 (B)

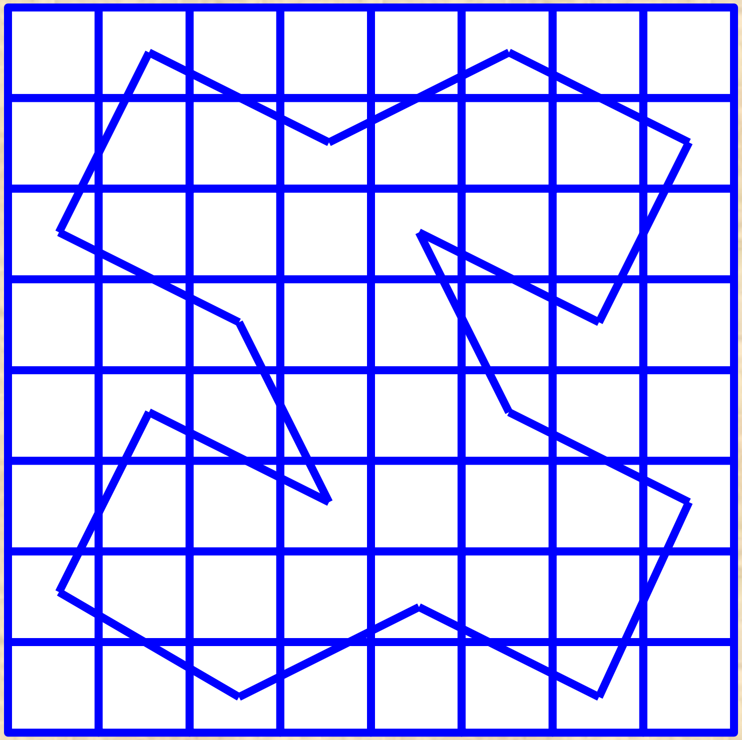




Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

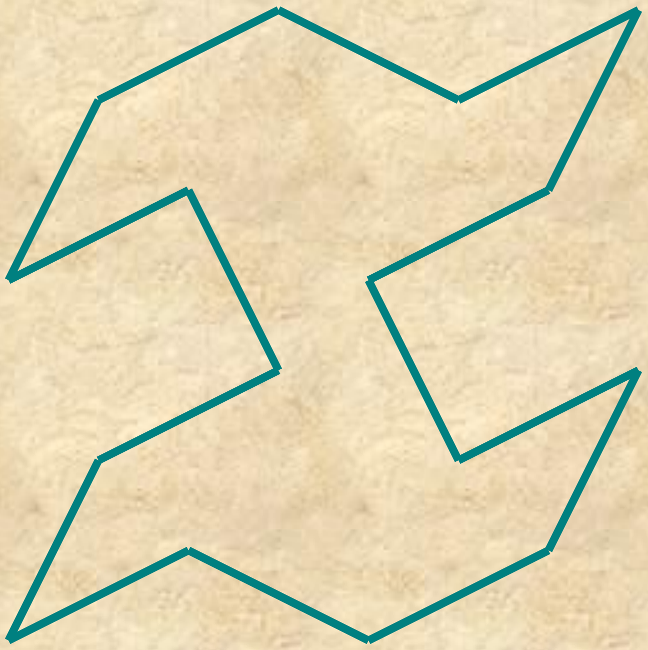
Percorso 3 (C)

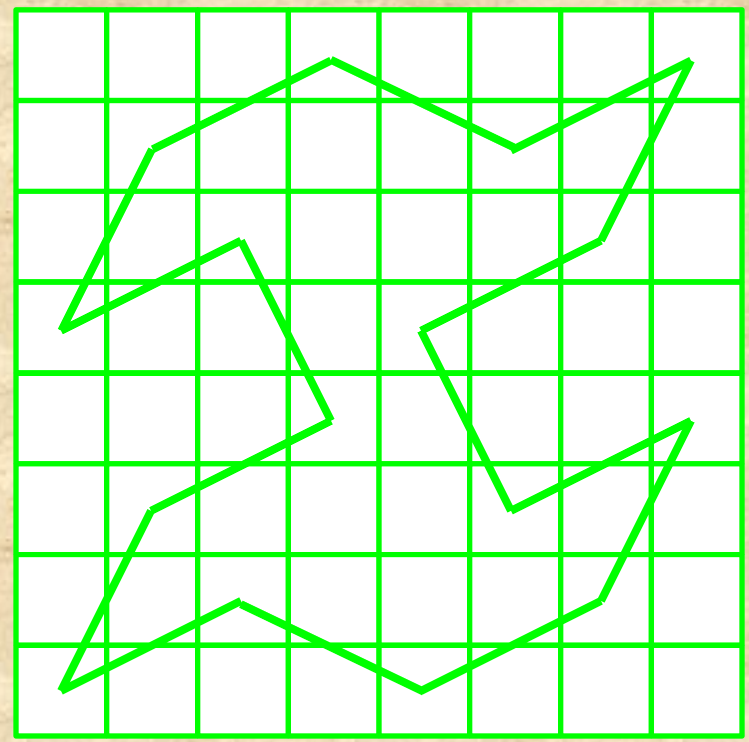




Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

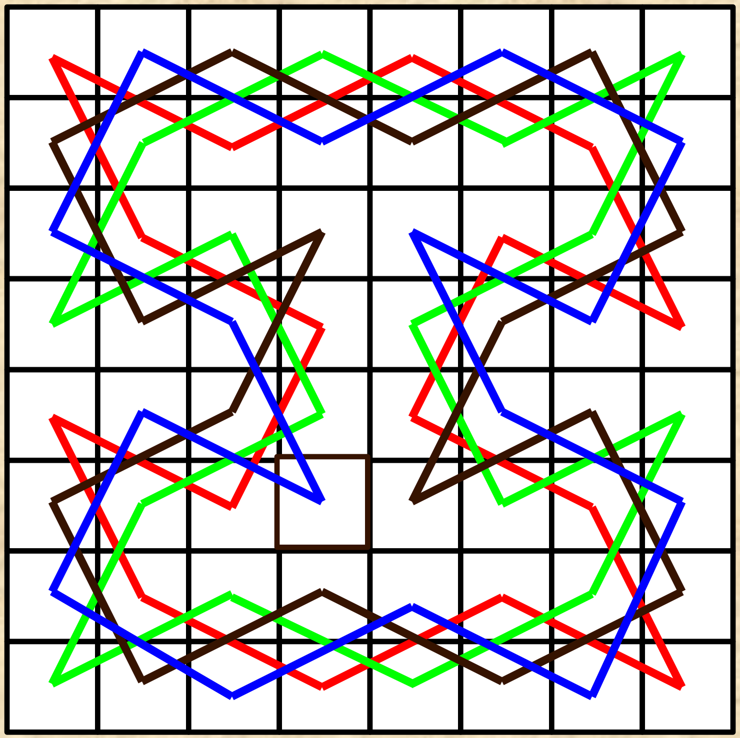
Percorso 4 (D)





Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Scacchiera 8 x 8



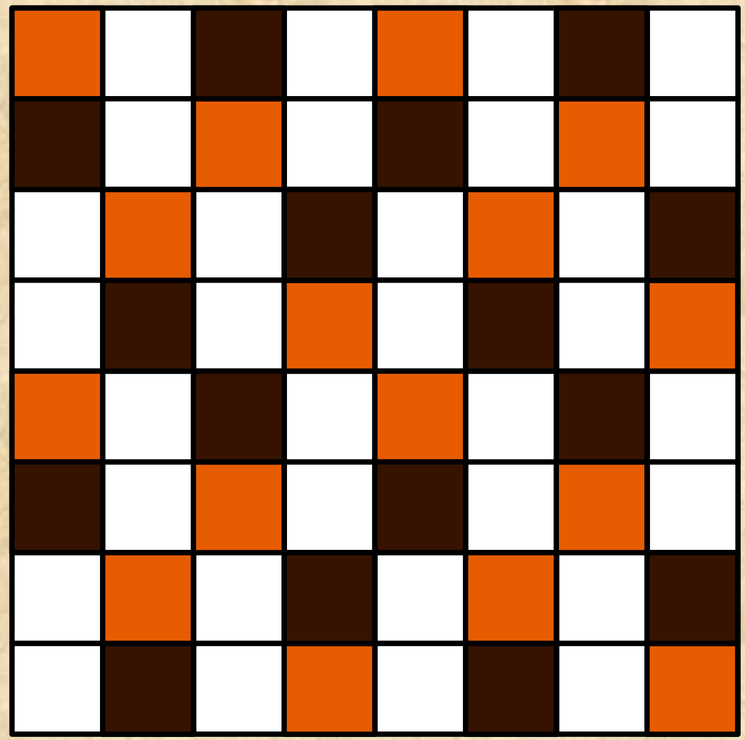
Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Esempio

15	54	31	36	1	52	29	38
32	35	16	53	30	37	2	51
55	14	33	18	49	4	39	28
34	17	56	13	40	27	50	3
11	58	19	48	5	64	25	42
20	47	12	57	26	41	6	63
59	10	45	22	61	8	43	24
46	21	60	9	44	23	62	7

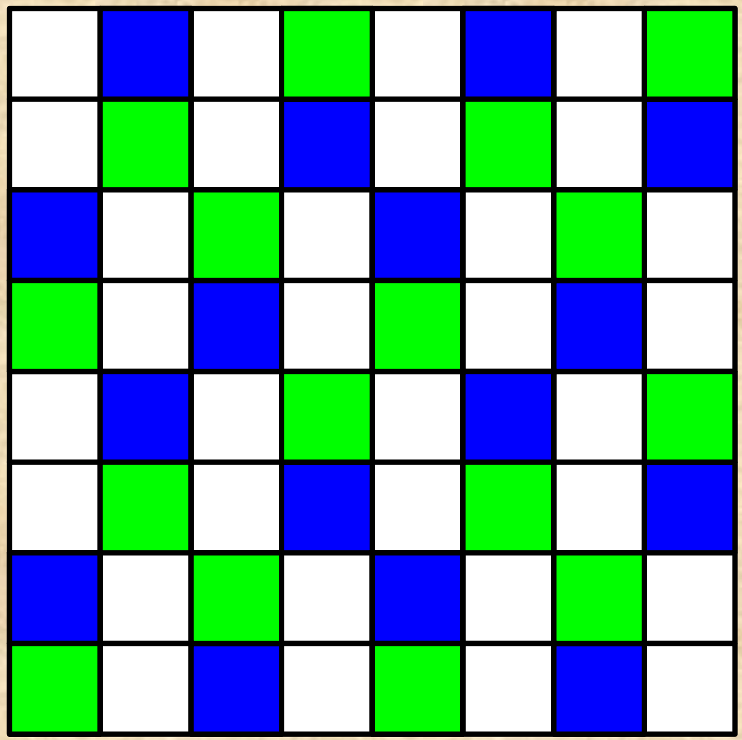
Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Simmetria verticale (colori 1-2)



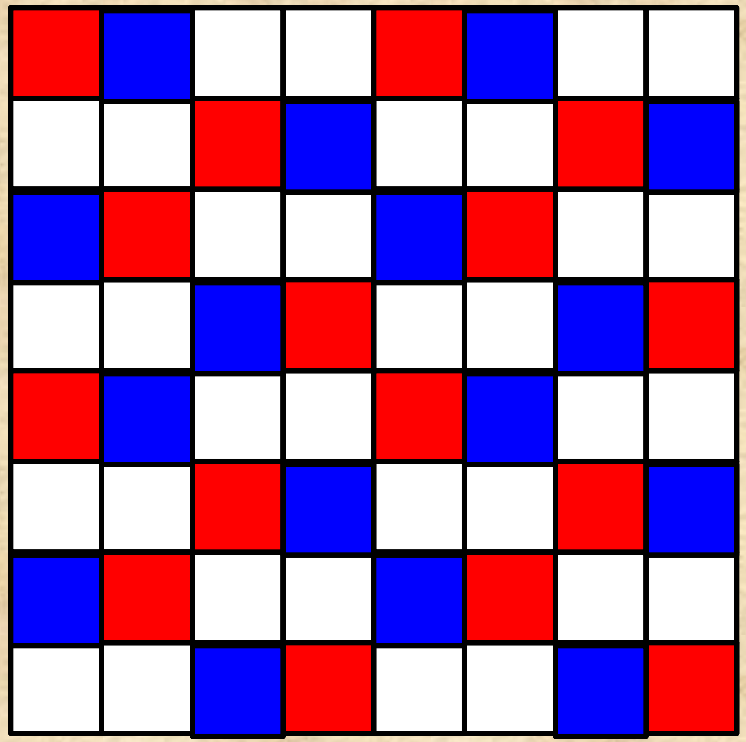
Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Simmetria verticale (colori 3-4)



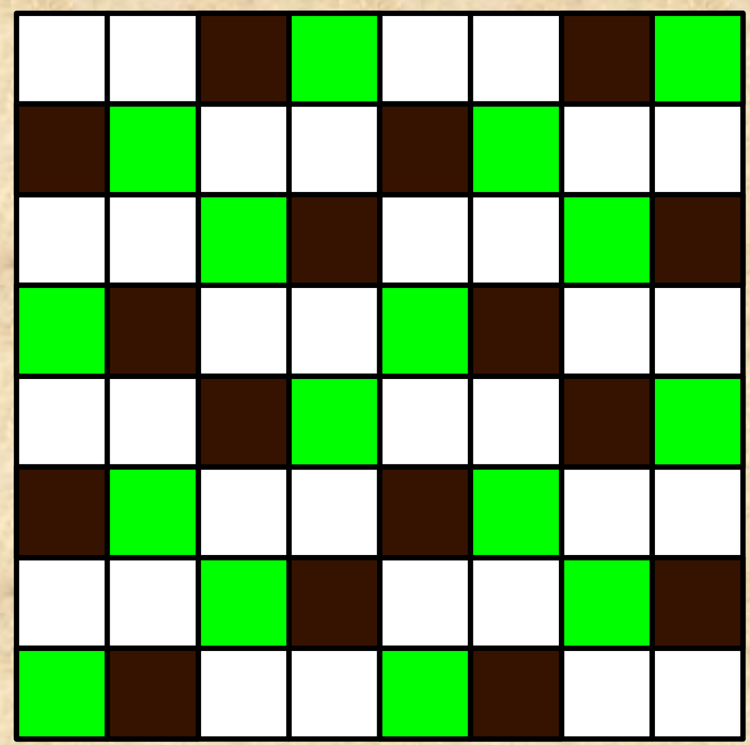
Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Simmetria orizzontale (colori 1-3)



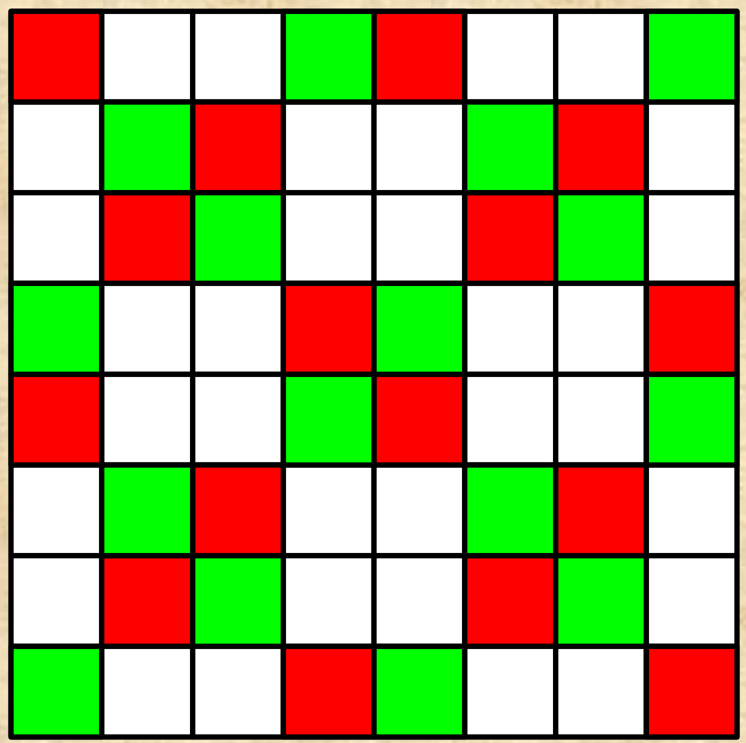
Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Simmetria orizzontale (colori 2-4)



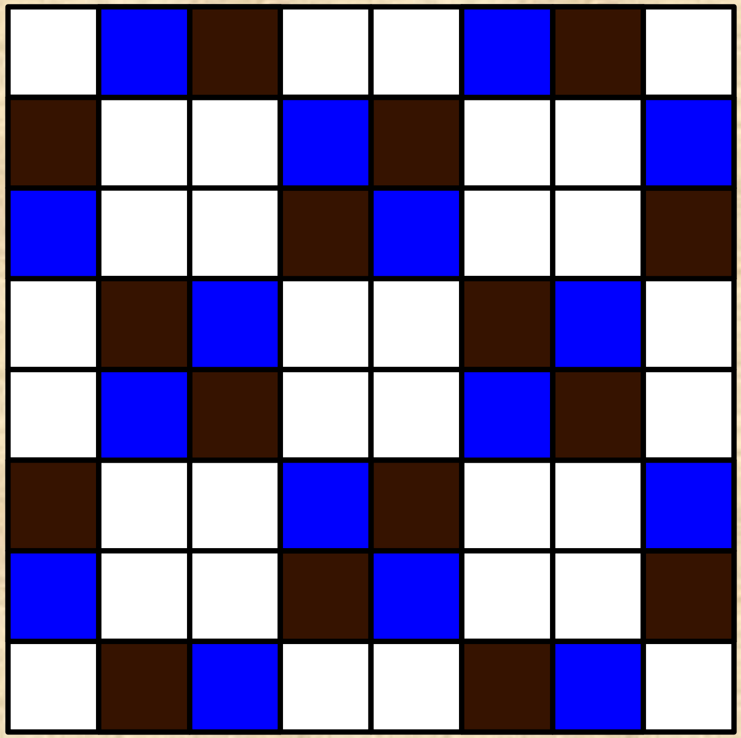
Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Simmetria diagonale (colori 1-4)



Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Simmetria (colori 2-3)



Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Simmetria romboidi

A	C	B	D	A	C	B	D
B	D	A	C	B	D	A	C
C	A	D	B	C	A	D	B
D	B	C	A	D	B	C	A
A	C	B	D	A	C	B	D
B	D	A	C	B	D	A	C
C	A	D	B	C	A	D	B
D	B	C	A	D	B	C	A

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Simmetria quadrati

A	C	B	D	A	C	B	D
B	D	A	C	B	D	A	C
C	A	D	B	C	A	D	B
D	B	C	A	D	B	C	A
A	C	B	D	A	C	B	D
B	D	A	C	B	D	A	C
C	A	D	B	C	A	D	B
D	B	C	A	D	B	C	A

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

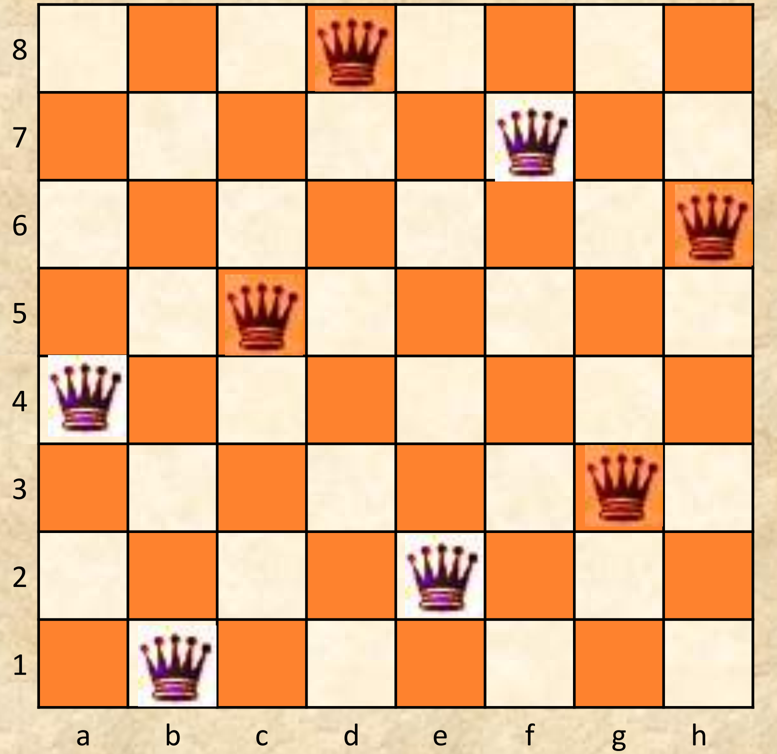
Quadrato magico a salto di cavallo

2	43	50	25	64	23	6	47	260
51	26	1	44	5	48	63	22	260
28	3	42	49	24	61	46	7	260
41	52	27	4	45	8	21	62	260
54	29	40	13	36	19	60	9	260
39	14	53	32	57	10	35	20	260
30	55	16	37	12	33	18	59	260
15	38	31	56	17	58	11	34	260
260	260	260	260	260	260	260	260	

Movimento della Donna

92 soluzioni
12 soluzioni indipendenti

4158 2736
4158 6372
4258 6137
4273 6815
4273 6851
4275 1863
4285 7136
4286 1357
4615 2837
4682 7135
4752 6138
4815 7263



Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Il procedimento è relativamente semplice.

- **Si inizia posizionando la Regina su una casa della colonna “a”.**
- **Le altre Regine vanno inserite a salto di cavallo l’una dall’altra fino all’ultima traversa.**
- **Si continua dal basso sempre a salto di cavallo fino all’ultima colonna, tenendo conto che le Regine non devono essere in presa reciproca.**
- **Se non si può completare in questo modo, allora si torna indietro e si sposta l’ultima Regina di 1 o più case lungo la colonna.**
- **Una volta trovata una soluzione la si segna. …**

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it

Bibliografia essenziale

- **Piergiorgio Odifreddi – Scacco alla regina (delle scienze), Progetto Polimath, 2004;**
- **G.C. Zammillo – Tesi di Laurea: La passeggiata di Eulero sui sette ponti e i viaggi di Hamilton su un dodecaedro, Università di Lecce, Dip. di Mat., 2000;**
- **Italo Ghersi – Matematica dilettevole e curiosa, ed. Hoepli, 1986;**
- **M. Mazzucato – Miti, leggende, racconti, automi e matematica negli scacchi, Articolo su matematicamente.it, n.12 aprile 2010.**

Marcello Perrone Consigliere FSI 347.3546779
permarcello@interfree.it